

پازدهم ریاضی، درس مسابان، فصل ۳ «توابع نمایی و لگاریتمی» گردآورنده: **فرزانه طیبی** (عضو دبیرخانه راهبری کشوری ریاضی متوسطه دوم)

۱. درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را با دلیل بررسی کنید.

الف- اگر $0 < a < 1$ ، آنگاه حاصل $\log_a X$ همواره منفی است.

ب- نمودار تابع $y = 3^x$ ، همواره بالای نمودار تابع $y = 2^x$ قرار دارد.

پ- نمودار توابع $y = 2^x$ و $y = \log_2 X$ نسبت به خط $y = x$ قرینه یکدیگرند.

ت- نمودار توابع $y = 3^x$ و $y = (\frac{1}{3})^x$ نسبت به محور X ها قرینه یکدیگرند.

۲. حدود m را طوری تعیین کنید که تابع با ضابطه $f(x) = (\frac{m+1}{1-2m})^{-x}$ یک تابع نمایی باشد.

۳. مقدار m را طوری بیابید که تابع با ضابطه $f(x) = (4-m^2)x^2 + 3^{(1-m)x}$ یک تابع نمایی نزولی باشد.

۴. معادلات زیر را حل کنید.

۱. $\left(\frac{1}{4}\right)^{2x-1} \times 64^{x+5} = (\sqrt[3]{4})^x$

۲. $4^x - 3 \times 2^x - 4 = 0$

۳. $\log_x^{(x+1)} + \log_x^{(3x+2)} = \log_x^{(2+7x)}$

۴. $(\log_2^x)^2 - 5 \log_2^x + 4 = 0$

۵. مقدار عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$۱. \log_{\frac{5}{2}}^{\frac{4}{5}} + \log_{\frac{6}{2}}^{\frac{5}{6}} + \dots + \log_{\frac{64}{2}}^{\frac{63}{64}} =$$

$$۲. \frac{1}{\log_{\frac{1}{6}}^{\sqrt{2}}} - \frac{1}{\log_{\frac{1}{3}}^{\sqrt{2}}} =$$

۶. اگر $\log 2 = a$ و $\log 3 = b$ ، حاصل $\log_{\frac{1}{6}}^{\frac{2}{3}} + \log_{\frac{1}{6}}^{\frac{3}{2}}$ را بر حسب a و b به دست آورید.

۷. نمودار تابع با ضابطه $f(x) = a + \log_{\frac{1}{2}}^{(x+b)}$ ، محور y ها را در نقطه‌ای به عرض $-\frac{5}{2}$ قطع می‌کند. اگر نمودار f از نقطه

$(-2, -2)$ بگذرد، مقادیر a و b را به دست آورید.

$$\log_{\frac{1}{2}} 1 > 0$$

۱. الف - نادرست. مثال نقض:

$$x = -1 \Rightarrow 3^{-1} = \frac{1}{3} < 2^{-1} = \frac{1}{2}$$

ب - نادرست. مثال نقض:

پ - درست. این دو تابع، وارون یکدیگرند و بنابراین نمودار آنها نسبت به خط $y = x$ قرینه یکدیگر است.

ت - نادرست. $y = 3^x$ و $y = (\frac{1}{3})^x = 3^{-x}$ نسبت به محور y حاق قرینه یکدیگرند.

$$\frac{1-2m}{m+1} > 0, \frac{1-2m}{m+1} \neq 1 \Rightarrow 1-2m \neq m+1 \Rightarrow 3m \neq 0 \Rightarrow m \neq 0 \quad (**)$$

$$1-2m=0 \Rightarrow m=\frac{1}{2}$$

$$m+1=0 \Rightarrow m=-1$$

m	-1	$\frac{1}{2}$
$1-2m$	+	+
$m+1$	-	+
$\frac{1-2m}{m+1}$	-	+

$$m_{\text{مورد}} = (*) \cap (**) = (-1, \frac{1}{2}) - \{0\}$$

$$\text{جواب} = (-1, \frac{1}{2}) \quad (*)$$

$$\text{باب: } 4-m^2=0 \Rightarrow m=\pm 2$$

۳

$$m=2 \Rightarrow f(x)=3^{-x} = (\frac{1}{3})^x$$

✓ تابع کاهنده

$$m=-2 \Rightarrow f(x)=3^{2x} = 9^x$$

✗ تابع کاهنده

$$1) 4^{1-2x} \times 4^{3x+15} = 4^{\frac{1}{3}x} \Rightarrow 4^{x+16} = 4^{\frac{1}{3}x} \Rightarrow x+16 = \frac{1}{3}x$$

۴

$$\Rightarrow \frac{2}{3}x = -16 \Rightarrow x = -24$$

$$2) (2^x)^2 - 3 \times 2^x - 4 = 0$$

$$2^x = t$$

$$t^2 - 3t - 4 = 0 \Rightarrow (t-4)(t+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t=4 \Rightarrow 2^x=4 \Rightarrow x=2 \\ t=-1 \Rightarrow 2^x=-1 \Rightarrow \text{حاصل ندارد} \end{cases}$$

$$3) \log_x(x+1)(3x+2) = \log_x(2+7x) \Rightarrow (x+1)(3x+2) = 2+7x \Rightarrow 3x^2+5x+2 = 7x+2$$

$$\Rightarrow 3x^2-2x=0 \Rightarrow x(3x-2)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 & \text{غیر مجاز} \\ x=\frac{2}{3} & \text{جواب} \end{cases}$$

$$4) \log_2 x = t \Rightarrow t^2 - 5t + 4 = 0 \Rightarrow (t-1)(t-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t=1 \Rightarrow \log_2 x = 1 \Rightarrow x=2 \\ t=4 \Rightarrow \log_2 x = 4 \Rightarrow x=2^4=16 \end{cases}$$

$$1) \log_{\frac{1}{2}} \frac{4}{5} \times \frac{5}{9} \times \dots \times \frac{44}{45} = \log_{\frac{1}{2}} \frac{4}{45} = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{11.25} = \log_{\frac{1}{2}} 2^{-4} = -4 \log_{\frac{1}{2}} 2 = -4$$

۵

$$2) \log_{\sqrt{2}} 9 - \log_{\sqrt{2}} 3 = \log_{\sqrt{2}} \frac{9}{3} = \log_{\sqrt{2}} 3 = \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} 3 = 2 \log_{\frac{1}{2}} 3 = 2$$

$$\log_{\frac{1}{2}} 4 - \log_{\frac{1}{2}} 1 = \log_{\frac{1}{2}} \frac{4}{1} = \log_{\frac{1}{2}} 4 = \frac{\log_{\frac{1}{2}} 4}{\log_{\frac{1}{2}} 2} = \frac{\log_{\frac{1}{2}} 4 - \log_{\frac{1}{2}} 1}{\log_{\frac{1}{2}} 2 - \log_{\frac{1}{2}} 1} = \frac{\log_{\frac{1}{2}} 4 - \log_{\frac{1}{2}} 1}{\log_{\frac{1}{2}} 2} = \frac{1-b}{a+b}$$

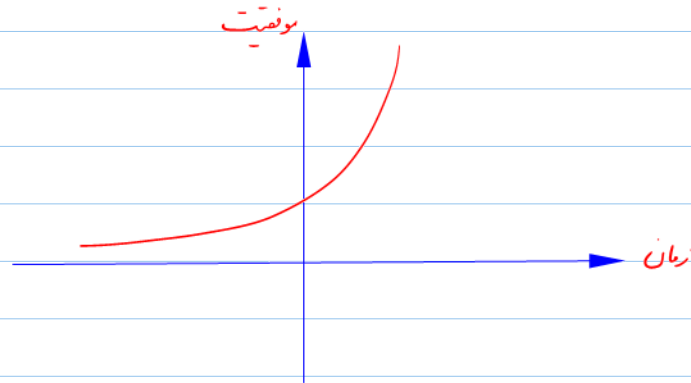
$$(0, -\frac{\delta}{r}) \Rightarrow -\frac{\delta}{r} = a + \lg_f b \stackrel{x(-1)}{\Rightarrow} \frac{\delta}{r} = -a - \lg_f b \quad .v$$

$$(r, -r) \Rightarrow -r = a + \lg_f (r+b)$$

$$\frac{1}{r} = \lg_f (b+r) - \lg_f b = \lg_f \frac{b+r}{b}$$

$$\Rightarrow \frac{b+r}{b} = f^{\frac{1}{r}} = \sqrt[r]{r} = r \Rightarrow b+r = rb \Rightarrow b=r$$

$$\Rightarrow -r = a + \lg_f (r+r) = a + \lg_f f \Rightarrow a = -r$$



تابع مردنیت هایمان نکده محدودی