

۱. درستی یا نادرستی عبارت های زیر را با دلیل بررسی کنید.

الف- انتهای کمان مقابل به زاویه $\frac{5\pi}{7}$ در ربع سوم مثلثاتی قرار دارد.

ب- در یک مثلث، اندازه دو زاویه به ترتیب $\frac{2\pi}{3}$ رادیان و 30° درجه است. این مثلث، متساوی الساقین است.

پ- مثلثی وجود دارد که زوایای آن $\frac{\pi}{2}$ ، $\frac{\pi}{3}$ و $\frac{\pi}{6}$ رادیان باشد.

ت- در دایره ای به شعاع ۲ سانتی متر، اندازه زاویه مرکزی روبه رو به کمان ۶ سانتی متری برابر ۴ رادیان است.

ث- نمودار تابع $y = \cos x$ در بازه $\left[\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}\right]$ در یک نقطه، دارای کم ترین مقدار و در یک نقطه، دارای بیشترین مقدار است.

ج- نمودار تابع $y = 4 \sin x + 1$ ، از نقطه $(\frac{\pi}{6}, 3)$ می گذرد.

۲. اندازه زاویه های خارجی یک مثلث با اعداد ۱۱، ۱۲ و ۱۳ متناسب است. اندازه زاویه های داخلی این مثلث را بر حسب رادیان به دست آورید.

۳. حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

$$۱. \sin\left(\frac{\pi}{4} - 7\pi\right) + 3\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{6}\right) + 2\tan\left(-\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4}\right) =$$

$$۲. \frac{\tan^2 30^\circ + 4\cos^2(-15^\circ)}{\cot 225^\circ - 2\sin(-75^\circ)} =$$

$$۳. \sin 7/5^\circ \cdot \cos 7/5^\circ \cdot \cos 15^\circ =$$

۴. اگر $\cos \alpha = \frac{3}{5}$ و انتهای کمان α در ناحیه چهارم مثلثاتی باشد، مقدار هر یک از عبارت‌های زیر را به دست آورید.

۱. $\sin\left(\frac{17\pi}{2} + \alpha\right) =$

۲. $\tan\left(\frac{19\pi}{2} + \alpha\right) =$

۵. در تساوی‌های زیر، به جای X یک زاویه مناسب قرار دهید. سپس مقادیری دیگر برای X مشخص کنید. (زاویه‌ها بر حسب درجه هستند.)

۱. $\cos(2X + 40^\circ) = -\sin X$

۲. $\tan(2X - 35^\circ) = \tan(X + 65^\circ)$

۶. نمودار تابع $f(X) = \cos X$ را $\frac{\pi}{8}$ واحد به سمت چپ منتقل کرده، سپس آن را ۵ واحد به سمت پایین انتقال می‌دهیم. مقدار

تابع حاصل را به ازای $X = \frac{25\pi}{8}$ به دست آورید.

$\sin 40^\circ + \sqrt{3} \sin 50^\circ = 2 \cos 10^\circ$

۷. درستی تساوی مقابل را ثابت کنید:

$$\frac{\Delta \pi}{V} = \frac{\Delta \times 180^\circ}{V} \approx 128^\circ \text{ در ربع دوم قرار دارد}$$

۱. الف) نادرست

$$\frac{2\pi}{3} = \frac{2 \times 180^\circ}{3} = 120^\circ, 30^\circ \Rightarrow \text{زاویه سرم} = 180 - (120 + 30) = 30^\circ$$

ب) درست

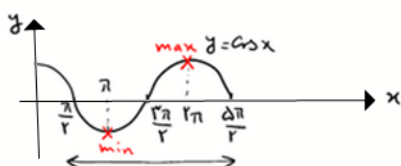
مثلث متساوی الساقین است. $\Rightarrow$ دوزاویه مساوی دارد $\Rightarrow$

$$\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4} = \pi = 180^\circ$$

پ) درست

$$\theta = \frac{l}{r} \Rightarrow \theta = \frac{4}{1} = 4 \text{ rad}$$

ت) نادرست



ث) درست

$$y = 2 \sin \frac{\pi}{4} + 1 = 2 \times \frac{1}{2} + 1 = 2$$

ج) درست

۲. زوایای خارجیه: $11k, 12k, 13k$

$$\text{مجموع زوایای خارجیه} = 360^\circ = 2\pi \text{ rad} \Rightarrow 11k + 12k + 13k = 2\pi \Rightarrow 36k = 2\pi \Rightarrow k = \frac{\pi}{18}$$

$$\Rightarrow \text{زوایای خارجیه: } \frac{11\pi}{18}, \frac{12\pi}{18}, \frac{13\pi}{18} \Rightarrow \text{زوایای داخلی: } \pi - \frac{11\pi}{18}, \pi - \frac{12\pi}{18}, \pi - \frac{13\pi}{18}$$

$$\frac{7\pi}{18}, \frac{4\pi}{18}, \frac{5\pi}{18}$$

۲

$$1) \sin \left(\frac{\pi}{4} - \sqrt{2}\pi \right) = \sin \left(-(\sqrt{2}\pi - \frac{\pi}{4}) \right) = -\sin \left(\sqrt{2}\pi - \frac{\pi}{4} \right) = -\sin \left(\pi - \frac{\pi}{4} \right) = -\sin \frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

۳

$$\cos \left(\frac{3\pi}{4} + \frac{\pi}{4} \right) = +\sin \frac{\pi}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\tan \left(-\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4} \right) = \tan \left(-\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4} \right) \right) = -\tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{4} \right) = +\cot \frac{\pi}{4} = 1$$

$$\Rightarrow \text{مجموع عبارت} = -\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2} + 1 = \frac{2-\sqrt{2}}{2}$$

$$2) \tan 30^\circ = \tan (45^\circ - 15^\circ) = \tan (-15^\circ) = -\tan 15^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\cos (-15^\circ) = \cos 15^\circ = \cos (45^\circ - 30^\circ) = -\cos 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cot 45^\circ = \cot (45^\circ + 0^\circ) = \cot 45^\circ = 1$$

$$\sin (-45^\circ) = -\sin 45^\circ = -\sin (45^\circ + 0^\circ) = -\sin 45^\circ = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع عبارت} = \frac{(-\frac{\sqrt{3}}{2})^2 + 4(-\frac{\sqrt{3}}{2})^2}{1 - 2(-\frac{1}{\sqrt{2}})} = \frac{5}{2} = 2.5$$

$$3) \sin 45^\circ \cdot \cos 45^\circ = \frac{1}{2} \times 2 \times \sin 45^\circ \cdot \cos 45^\circ = \frac{1}{2} \sin 90^\circ$$

$$\sin (2 \times 45^\circ) = \sin 90^\circ$$

$$\Rightarrow \sin 45^\circ \cdot \cos 45^\circ \cdot \cos 15^\circ = \frac{1}{2} \sin 15^\circ \cdot \cos 15^\circ = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 2 \times \sin 15^\circ \cdot \cos 15^\circ = \left(\frac{1}{2} \right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{4} \sin 30^\circ \quad \sin (2 \times 15^\circ) = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned}
 1) \sin\left(\frac{14\pi}{r} + \alpha\right) &= \sin\left(\frac{14\pi + \pi}{r} + \alpha\right) = \sin\left(\cancel{14\pi} + \frac{\pi}{r} + \alpha\right) = \cos\alpha = \frac{r}{\delta} \\
 2) \tan\left(\frac{14\pi}{r} + \alpha\right) &= \tan\left(\frac{14\pi + \pi}{r} + \alpha\right) = \tan\left(\cancel{14\pi} + \frac{\pi}{r} + \alpha\right) = -\cot\alpha \stackrel{(*)}{=} \frac{r}{f} \\
 \sin^2\alpha + \cos^2\alpha &= 1 \Rightarrow \sin^2\alpha = 1 - \left(\frac{r}{\delta}\right)^2 = \frac{14}{15} \Rightarrow \sin\alpha = \pm \frac{f}{\delta} \xrightarrow{\sin\alpha < 0} \sin\alpha = -\frac{f}{\delta} \Rightarrow \cot\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{\frac{r}{\delta}}{-\frac{f}{\delta}} = -\frac{r}{f} \quad (*)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 1) \cos(2x + \pi) &= -\sin x = \sin(-x) \\
 \Rightarrow 2x + \pi + (-x) &= 90^\circ \Rightarrow x = 90^\circ \Rightarrow x \text{ در دایره یکتا برای } = 90^\circ + 360^\circ k
 \end{aligned}$$

$$2) 2x - 360 - (x + 360) = 180 \Rightarrow x - 180 = 180 \Rightarrow x = 360^\circ \Rightarrow x \text{ در دایره یکتا برای } = 360^\circ + 180^\circ k$$

$$\begin{aligned}
 y &= \cos\left(x + \frac{\pi}{\lambda}\right) - \delta \\
 x = \frac{25\pi}{\lambda} &\Rightarrow y = \cos\left(\frac{25\pi}{\lambda} + \frac{\pi}{\lambda}\right) - \delta = \cos\left(\frac{26\pi}{\lambda}\right) - \delta = \cos\left(\frac{26\pi + 2\pi}{\lambda}\right) - \delta = \cos\left(2\pi + \frac{2\pi}{\lambda}\right) - \delta \\
 &= \cos\left(\cancel{2\pi} + \pi + \frac{\pi}{\lambda}\right) - \delta = -\cos\frac{\pi}{f} - \delta = -\frac{\sqrt{2}}{r} - \delta
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \sin 40^\circ + \sqrt{3} \sin 50^\circ &= 2 \times \frac{1}{2} \times (\sin 40^\circ + \sqrt{3} \sin 50^\circ) = 2 \times \left(\underbrace{\frac{1}{2} \sin 40^\circ}_{\sin 20^\circ} + \underbrace{\frac{\sqrt{3}}{2} \sin 50^\circ}_{\cos 40^\circ \cos 30^\circ} \right) \\
 &= 2 \times \cos(40^\circ - 30^\circ) \\
 &= 2 \cos 10^\circ
 \end{aligned}$$

زندگی موی سبزی است، آرزو ۱- رفت، بدان که ۱+ در انتظار دوست...